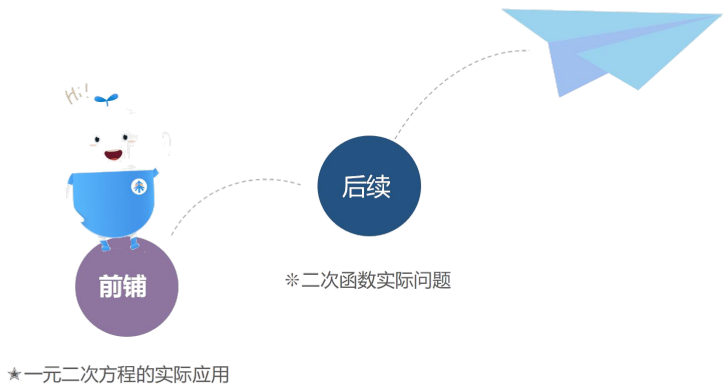
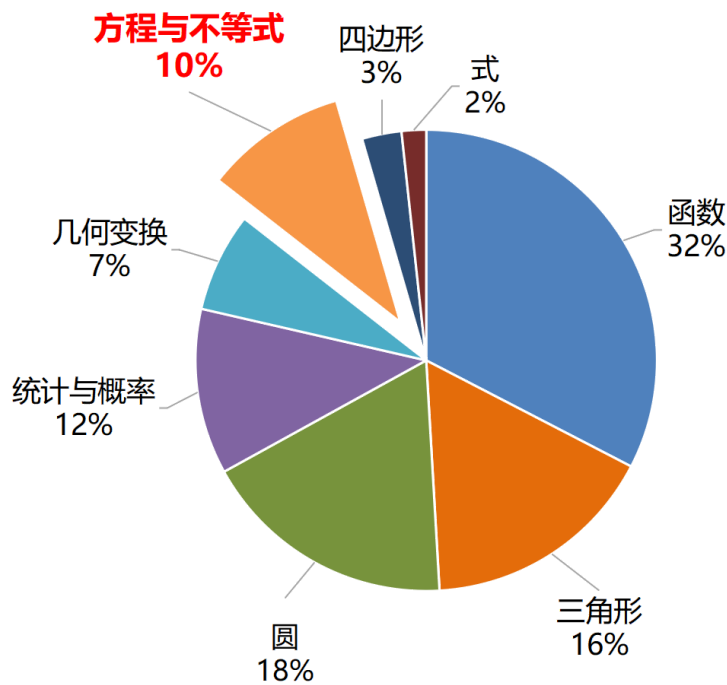


第3讲 一元二次方程的实际应用

知己知彼



一、增长率问题

【课堂目标】

会用一元二次方程解决增长率问题，体验建立数学模型解决问题的一般过程，进一步体会方程思想。

增长率问题

两次平均增长率的一般关系：_____

其中各个系数表示的意义：_____

【教法指导】

学习本讲，老师要带领学生分析题目，找到题目中的等量关系，如果学生在解方程方面没有问题，本讲的题目可以只分析列式子，如果学生计算上有问题，那么需要既列式子又计算结果

|| 例题

知识点拨

两次平均增长（下降）率问题的一般关系： $a(1 \pm x)^2 = A$

a ：基数 A ：新数 x ：增长率（下降率）

【教法指导】

常见问题：

求连续两年人口增长率，第一年100人，第三年144人；

求连续两轮降价的折扣，第一轮售价2000元，降价两轮售价1280元；

连续两年存款，连续两个月的拆迁等，只要两个月，都会出现平方。

1. 注意：为了使同学们更好地解答本题，我们提供了一种解题思路，你可以依照这个思路按下面的要求填空，完成本题解答，也可以选用其他的解题方案，此时不必填空，只需按照解答题的一般要求进行解答。

青宏村种的水稻2016年平均每公顷产8000kg，2018年平均每公顷产9680kg，求该村水稻每公顷产量的年平均增长率。

解题方案：

设该村水稻每公顷产量的年平均增长率为 x 。

（1）用含 x 的代数式表示：

① 2017年种的水稻平均每公顷的产量为 _____。

② 2018年种的水稻平均每公顷的产量为 _____。

（2）根据题意，列出相应方程 _____。

- (3) 解这个方程，得 _____ .
- (4) 检验： _____ .
- (5) 答：该村水稻每公顷产量的年平均增长率为 _____ .

【答案】 (1) ① $8000(1+x)$

② $8000(1+x)^2$

(2) $8000(1+x)^2 = 9680$

(3) $x_1 = 0.1$, $x_2 = -2.1$

(4) $x_1 = 0.1$, $x_2 = -2.1$, 都是原方程的解，但 $x_2 = -2.1$ 不符合实际，舍掉，所以 $x = 0.1$.

(5) 10% .

【解析】 (1) ① $8000(1+x)$.

② $8000(1+x)^2$.

(2) $8000(1+x)^2 = 9680$.

(3) $x_1 = 0.1$, $x_2 = -2.1$.

(4) $x_1 = 0.1$, $x_2 = -2.1$, 都是原方程的解，
但 $x_2 = -2.1$ 不符合实际，舍掉，
所以 $x = 0.1$.

(5) 10% .

【标注】【知识点】一元二次方程的增长率问题

2. 两年前生产某种药品的成本是5000元，现在生产这种药品的成本是3000元，设平均每年降价的百分率为 x ，根据题意列出的方程是 _____ .

【答案】 $5000(1-x)^2 = 3000$

【解析】 设平均每年降价的百分率为 x ，

由题意得， $5000(1-x)^2 = 3000$.

故答案为： $5000(1-x)^2 = 3000$.

【标注】【知识点】一元二次方程的增长率问题

3.

某机械厂七月份生产零件50万个，第三季度生产零件196万个．设该厂八、九月份平均每月的增长率为 x ，那么 x 满足的方程是（ ）．

A. $50(1+x^2) = 196$

B. $50 + 50(1+x^2) = 196$

C. $50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 196$

D. $50 + 50(1+x) + 50(1+2x) = 196$

【答案】 C

【解析】 由题可知，八月份生产零件 $50(1+x)$ 个，九月份生产零件 $50(1+x)^2$ 个，
因为第三季度生产零件196万个，则可得方程 $50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 196$ ．
故选C．

【标注】【知识点】一元二次方程的增长率问题

练习

4. 某公司今年销售一种产品，1月份获得利润20万元．由于产品畅销，利润逐渐增加，3月份的利润比2月份的利润增加4.8万元，假设该产品利润每月的增长率相同，求这个增长率．设这个增长率为 x ．

(1) 填空：(用含 x 的代数式表示)

① 2月份的利润为：_____．

② 3月份的利润为：_____．

(2) 列出方程，并求出问题的解．

【答案】 (1) ① $20(1+x)$

② $20(1+x)^2$

(2) 这个增长率是20%．

【解析】 (1) ① 设这个增长率为 x ，

2月份的利润为： $20(1+x)$ ．

② 设这个增长率为 x ，

3月份的利润为： $20(1+x)^2$ ．

(2) 依题意得： $20(1+x)^2 - 20(1+x) = 4.8$ ，

解得 $x_1 = 0.2$ ， $x_2 = -1.2$ （不合题意，舍去）．

$0.2 = 20\%$ ．

答：这个增长率是20%．

【标注】【知识点】一元二次方程的增长率问题

5. 生产一种电热水壶，原来每件成本是300元，由于改进技术，连续两次降低成本，现在成本是192元．求平均每次成本的降低率是多少？

【答案】平均每次成本的降低率是20%．

【解析】设平均每次成本的降低率是 x ，

由题意，得 $300(1-x)^2 = 192$ ，

解得 $x_1 = 0.2$ ， $x_2 = 1.8$ （舍）．

答：平均每次成本的降低率是20%．

【标注】【知识点】一元二次方程的增长率问题

6. 高新区某企业2017年迎来开门红，一月份产值为500万，第2月、3月份的产值逐月上升，第一季度的总产值为1820万元，假设该企业月增长率相同，求2、3月份的月增长率为多少？

【答案】20%．

【解析】令增长率为 x ，

$500 + 500(1+x) + 500(1+x)^2$ ，

$25x^2 + 75x - 16 = 0$ ，

解得 $x_1 = 0.2 = 20\%$ ， $x_2 = -3.2$ （舍），

$\therefore 2, 3$ 月份的增长率为20%．

【标注】【知识点】一元二次方程的增长率问题

二、利润问题

【课堂目标】

会用一元二次方程解决利润问题，体验建立数学模型解决问题的一般过程，进一步体会方程思想．

利润问题

“每每型”问题：现总利润=（ ）×（ ）

【教法指导】

本讲是一元二次方程应用题部分的一个难点，授课过程中除了应用题目中给出的分析表格，还可以引导学生置身在整个题目的环境中，切身去理解和分析题目中每句话的含义．这部分题目在学二次函数时还

会在出现，而且利润问题让求的最大利润也需要应用到二次函数的内容，因此最迟在学完二次函数应用题，就应该让学生掌握这类题型。

|| 例题

利润的减少会导致销量的增加，所以 **新利润×新销量=新总利润**。

7. 注意：为了使同学们更好地解答本题，我们提供了一种分析问题的方法，你可以依照这个方法按要求完成本题的解答。也可以选用其他方法，按照解答题的一般要求进行解答即可。

某商品现在的售价为每件60元，每星期可卖出300件。市场调查反映：如果调整价格，每降价1元，每星期可多卖出10件。请你帮助分析，当每件商品降价多少元时，可使每星期的销售额为19250元。设每件商品降价 x 元。

(1) 分析：根据问题中的数量关系，用含 x 的式子填表：

	原价	每件降低1元	每件降低2元	...	每件降低 x 元
每件售价 (元)	60	59	58	...	_____
每星期销量 (件)	300	310	320	...	_____

(2) 由以上分析，求出题中问题的解。

【答案】 (1) $(60 - x)$; $(300 + 10x)$

(2) 25元或5元。

【解析】 (1) 每件降低 x 元时，售价为 $(60 - x)$ 元，
每件降低 x 元时，每星期销量为 $(300 + 10x)$ 件。

(2) 由题意可得： $(60 - x)(300 + 10x) = 19250$ ，
解得 $x_1 = 25$ ， $x_2 = 5$ ，
∴每件商品降低25元或5元时，销售额为19250元。

【标注】【知识点】一元二次方程的利润问题

提问：如果上题的问题为“当每件商品的售价为多少元时，可使每星期的销售额为19250元。”该怎么做？

8. 某商店经销一种健身球，已知这种健身球的成本价为每个20元，市场调查发现，该种健身球每天的销售量 y （个）与销售单价 x （元）有如下关系： $y = -2x + 80 (20 \leq x \leq 40)$ 。设这种健身球每天的销售利润为 w 元。

- (1) 求 w 与 x 之间的函数关系式.
- (2) 该种健身球销售单价定为多少元时, 每天的销售利润最大? 最大利润是多少元?
- (3) 如果物价部门规定这种健身球的销售单价不得高于28元, 若该商店销售这种健身球每天要获得150元的销售利润, 销售单价应定为多少元?

【答案】 (1) $w = -2x^2 + 120x - 1600$.

(2) 销售单价定为30元时, 每天销售利润最大, 最大销售利润200元.

(3) 25.

【解析】 (1) $w = (x - 20)y$

$$= (x - 20)(-2x + 80)$$

$$= -2x^2 + 120x - 1600,$$

w 与 x 之间的函数关系式为 $w = -2x^2 + 120x - 1600$.

$$(2) w = -2x^2 + 120x - 1600 = -2(x - 30)^2 + 200,$$

$$\because -2 < 0,$$

$\therefore$ 当 $x = 30$ 时, w 有最大值, w 最大值为200.

答: 销售单价定为30元时, 每天销售利润最大, 最大销售利润是200元.

$$(3) \text{当 } w = 150 \text{ 时, 可得方程 } -2(x - 30)^2 + 200 = 150.$$

$$\text{解得 } x_1 = 25, x_2 = 35.$$

$$\because 35 > 28,$$

$\therefore x_2 = 35$ 不符合题意, 应舍去.

答: 该商店销售这种健身球每天若想要获得150元的销售利润, 销售单价应定为25元.

【标注】【知识点】二次函数的利润问题

练习

9. 某商品现在的售价是每件130元, 每日的销售量是70件, 市场调查反映: 若每件商品售价涨1元, 每日的销售量就减少1件. 已知商品的进价是每件120元, 那么商品定价为多少元时, 每日盈利可达到1600元.

解决方案: 设每件商品涨价 x 元,

(1) 用含 x 的代数式表示:

① 销售价为 _____.

② 日销售量为 _____.

- (2) 根据题意, 列出相应方程为 _____ .
- (3) 解这个方程, 得 _____ .
- (4) $130 + x =$ _____ .
- (5) 答: 每件商品定价为 _____ 时, 每日盈利可达到1600元 .

【答案】 (1) ① $130 + x$

② $70 - x$

(2) $(130 + x - 120)(70 - x) = 1600$

(3) $x_1 = x_2 = 30$

(4) 160

(5) 160

【解析】 (1) ① 销售价为 $(130 + x)$ 元 ,

故答案为 $130 + x$.

② 日销售量为 $(70 - x)$ 元 ,

故答案为 $70 - x$.

(2) 根据题意, 列出相应方程为 $(130 + x - 120)(70 - x) = 1600$,

故答案为 $(130 + x - 120)(70 - x) = 1600$.

(3) 解这个方程, 得 $x_1 = x_2 = 30$,

故答案为 $x_1 = x_2 = 30$.

(4) $130 + x = 160$,

故答案为160 .

(5) 答: 每件商品定价为160元时, 每日盈利可达到1600元 .

故答案为1600元 .

【标注】【知识点】一元二次方程的利润问题

10. 阳光市场某个体商户购进某种电子产品, 每个进价50元 . 调查发现, 当售价为80元时, 平均一周可卖出160个, 而当每售价每降低2元时, 平均一周可多卖出20个 . 若设每个电子产品降价 x 元 .

- (1) 根据题意, 填表 :

	进价(元)	售价(元)	每件利润(元)	销量(个)	总利润(元)
降价前	50	80	30	160	30×160
降价后	50	_____	_____	_____	_____

(2) 若商户计划每周盈利5200元,且尽量减少库存,则每个电子产品应降价多少元?

【答案】 (1)

	进价(元)	售价(元)	每件利润(元)	销量(个)	总利润(元)
降价前	50	80	30	160	30×160
降价后	50	$80 - x$	$30 - x$	$160 + 10x$	$(80 - 50 - x)(160 + 20 \times \frac{x}{2})$

(2)

每个电子产品应降价10元.

【解析】 (1)

	进价(元)	售价(元)	每件利润(元)	销量(个)	总利润(元)
降价前	50	80	30	160	30×160
降价后	50	$80 - x$	$30 - x$	$160 + 10x$	$(80 - 50 - x)(160 + 20 \times \frac{x}{2})$

故答案为: $80 - x$, $30 - x$, $160 + 10x$, $(80 - 50 - x)(160 + 20 \times \frac{x}{2})$;

(2) 根据题意得, $(80 - 50 - x)(160 + 20 \times \frac{x}{2}) = 5200$,

解得 $x_1 = 10$, $x_2 = 4$ (不合题意舍去),

答: 每个电子产品应降价10元.

【标注】【知识点】一元二次方程的利润问题

11. “泥兴陶”,是钦州的一张文化名片.钦州市某妮兴陶公司以每只60元的价格销售一种成本价为40元
的文化纪念杯,每星期可售出100只.后来经过市场调查发现,每只杯子的售价每降低1元,则平均
何星期可多卖出10只.若该公司销售这种文化纪念杯要想平均每星期获利2240元,请回答:

(1) 每只杯应降价多少元?

(2) 在平均每星期获利不变的情况下,为尽可能让利于顾客,赢得市场,该公司应该按原售价的
几折出售?

【答案】 (1) 4元或6元.

(2) 九折出售.

【解析】(1) 设每只杯子降价 x 元,

根据题意, 可列方程: $(100 + 10x)(20 - x) = 2240$,

整理得到: $x^2 - 10x + 24 = 0$,

解得: $x_1 = 4, x_2 = 6$,

$\therefore$ 每只杯子应降价4元或6元.

(2) 由题意可得应降价6元,

$\therefore$ 有 $\frac{60 - 6}{60} = 0.9$,

$\therefore$ 应按原价的九折出售.

【标注】【知识点】一元二次方程的利润问题

三、传染问题

【课堂目标】

会用一元二次方程解决传染问题, 体验建立数学模型解决问题的一般过程, 进一步体会方程思想.

传染问题

特点: 每轮传染的_____和_____一同感染下一波人群

列式: 将每轮的_____数算出来, 最后求和列方程

|| 例题

知识点拨

每轮传染的新患者会和老患者一同感染下一波人群,
将每轮的新增患者数算出来, 最后求和列方程.

12. 有一人得了流感, 他把流感传染给了10个人, 共有_____人得流感; 第一轮传染后, 所有得流感的人每人又把流感传染给了10个人, 经过两轮传染后, 共有_____人得流感.

【答案】11; 121

【解析】一人传染给10人就有11人感冒了, 然后11人每人又传染了10人感冒的人数就达到
 $11 \times 10 + 11 = 121$ 人.

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

13. 某种植物的主干长出若干数目的枝干，每个枝干又长出同样数目的小分枝，主干、枝干和小分枝的总数是13，则每个枝干长出（ ）。

- A. 2根小分枝 B. 3根小分枝 C. 4根小分枝 D. 5根小分枝

【答案】 B

【解析】 设每个枝干长出 x 根小分支，

$$1 + x + x^2 = 13,$$

$$x^2 + x - 12 = 0,$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0,$$

$$x_1 = -4 \text{ (舍)}、x_2 = 3,$$

∴每个枝干长出3根小分枝。

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

分析：

设每个枝干长出 x 个小分枝。

主干长出_____个枝干，接下来主干就不再长新的枝干，而是新长出的枝干继续长小分枝，所主干长出的枝干又长出_____个小枝干，因此现在主干、枝干和小枝干共有_____个。

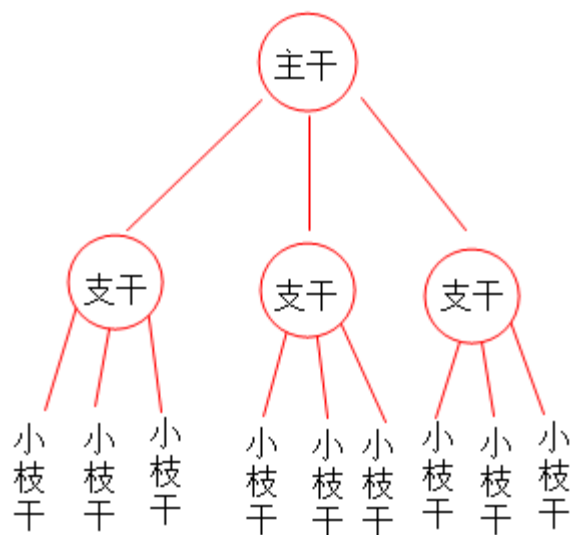
列方程：

_____。

解方程得：

_____。

答：每个枝干长出_____支干。



练习

14. 注意：为了使同学们更好地解答本题，我们提供了一种解题思路，你可以依照这个思路按下面的要求填空，并完成本题解答的全过程，也可以选用其他的解题方案，此时不必填空，只需按照解答题的一般要求，进行解答即可。

有一人患了流感，经过两轮传染后共有121人患了流感，每轮传染中平均一个人传染了几个人。

解题方案：

设每轮传染中平均一个人传染了 x 个人，

(1) 用含 x 的解析式表示：

第一轮后共有 _____ 人患了流感。

第二轮传染中，这些人中的每个人又传染了 x 个人，第二轮后共有 _____ 人患了流感。

(2) 根据题意，列出相应方程为 _____。

(3) 解这个方程，得 _____。

(4) 根据问题的实际意义，平均一个人传染了 _____ 个人。

【答案】 (1) $1+x$; $1+x+x(1+x)$

(2) $1+x+x(1+x) = 121$

(3) $x = -12$ 或 $x = 10$

(4) 10

【解析】 (1) 用含 x 的解析式表示：

第一轮后共有 $1+x$ 人患了流感。

第二轮传染中，这些人中的每个人又传染了 x 个人，第二轮后共有 $1+x+x(1+x)$ 人患了流感。

(2) 根据题意, 列出相应方程为 $1 + x + x(1 + x) = 121$.

(3) 解这个方程, 得 $x = -12$ 或 $x = 10$.

(4) 根据问题的实际意义, 平均一个人传染了10个人.

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

15. 某种植物的主干长出若干相同数目的支干, 每个支干又长出同样数目的小分支. 若主干、支干和小分支的总数是91, 求每个支干长出的小分支数目.

【答案】 每个支干长出的小分支数目为9.

【解析】 设每个支干长出的小分支数目为 x ,

$$\text{则 } 1 + x + x^2 = 91,$$

$$x^2 + x - 90 = 0,$$

$$(x + 10)(x - 9) = 0,$$

$$x_1 = -10 \text{ (舍)}, x_2 = 9,$$

答: 每个支干长出的小分支数目为9.

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

16. 某种电脑病毒在网络中传播得非常快, 如果有一台电脑被感染, 经过两轮传播后共有144台电脑被感染 (假定被感染的电脑没有及时得到查毒、杀毒处理).

(1) 求每轮感染中平均一台电脑感染几台电脑?

(2) 如果按照此感染速度, 经过三轮感染后被感染的电脑总数会不会超过1700台?

【答案】 (1) 11台.

(2) 会.

【解析】 (1) 设一台电脑感染 x 台电脑,

$$(1 + x)^2 = 144,$$

$$1 + x = \pm 12,$$

$$x_1 = -13 \text{ (舍)}, x_2 = 11.$$

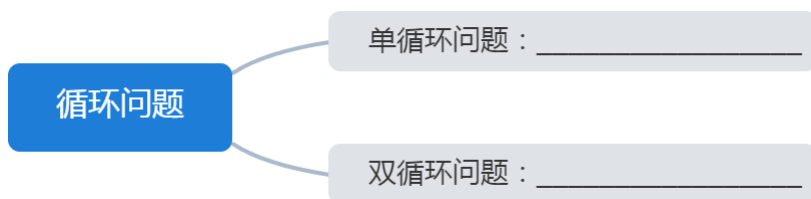
答: 每轮感染中平均一台电脑感染11台电脑.

$$(2) \because 144 \times (1 + 11) = 1728 > 1700,$$

$\therefore$ 三轮感染后被感染的电脑总数会超过1700台.

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

四、单循环问题



知识点拨

常见的单循环问题：握手，打电话，单循环比赛等

常见的双循环问题：互送礼物，主客场比赛等

|| 例题

17. 一个小组若干人，新年每人都互送贺卡一张，已知全组共送贺卡72张，则这个小组有 _____ 人。

【答案】 9

【解析】 设这小组有 x 人，

由题意得： $x(x-1) = 72$ 。

【标注】【知识点】一元二次方程的握手、送礼物问题

18. 在某次聚会上，每两人都握了一次手，所有人共握手15次，设有 x 人参加这次聚会，则列出的方程正确的是（ ）。

- A. $x(x-1) = 15$ B. $\frac{x(x-1)}{2} = 15$ C. $x(x+1) = 15$ D. $\frac{x(x+1)}{2} = 15$

【答案】 B

【解析】 已知有 x 人参加，每人和另外 $(x-1)$ 个人握手。可列方程 $\frac{x(x-1)}{2} = 15$ 。

【标注】【知识点】一元二次方程的握手、送礼物问题

|| 练习

19.

分别10年的同学相邀在一起聚会，每两人之间通过手机通话一次，设 x 人共通话15次，则列方程的一般形式为_____。

【答案】 $\frac{x(x-1)}{2} = 15$

【解析】 甲与乙通电话和乙与甲通电话，为同一次电话， $\frac{x(x-1)}{2} = 15$ ，
故答案为 $\frac{x(x-1)}{2} = 15$ 。

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

20. 陈杨去参加好友聚会，每两人都互相赠送礼物，他发现朋友间共送礼物20件，若设有 n 人参加聚会，根据题意可列方程（ ）。

A. $\frac{n(n+1)}{2} = 20$ B. $n(n-1) = 20$ C. $\frac{n(n-1)}{2} = 20$ D. $n(n+1) = 20$

【答案】 B

【解析】 设有 n 人参加聚会，则每人送出 $(n-1)$ 件礼物，由题意得 $n(n-1) = 20$ 。
故选B。

【标注】【知识点】一元二次方程的握手、送礼物问题

21. 某同学生日聚会，见面时每两个同学都互相握手了一次，共握手了36次，则参加此次聚会的人数是（ ）。

A. 10人 B. 9人 C. 8人 D. 7人

【答案】 B

【解析】 设这次参加聚会的同学有 x 人，则每人应握 $(x-1)$ 次手，由题意得：
 $\frac{1}{2}x(x-1) = 36$ ，
即： $x^2 - x - 72 = 0$ ，
解得： $x_1 = 9$ ， $x_2 = -8$ （不符合题意舍去）
所以，这次参加同学聚会的有9人。
故选：B。

【标注】【知识点】一元二次方程的握手、送礼物问题

五、几何问题

【课堂目标】

会用一元二次方程解决几何图形面积问题，体验建立数学模型解决问题的一般过程，进一步体会方程思想。

一元二次方程与几何问题

列方程解应用题的一般步骤

★ 面积问题

利用____思想

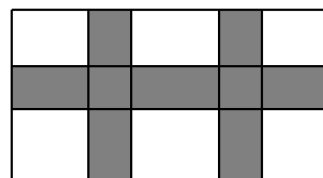
利用**平移**的思想，构造完整图形。

【教法指导】

学习本讲，老师要带领学生分析题目，找到题目中的等量关系，如果学生在解方程方面没有问题，本讲的题目可以只分析列式子，如果学生计算上有问题，那么需要既列式子又计算结果。

|| 例题

22. 如图所示，在宽20m，长为32m的矩形耕地上，修筑同样宽的三条道路，(互相垂直)，把耕地分成大小不等的六块试验田，要使试验田的面积为 570m^2 ，道路应为多宽？



【答案】道路宽为1m。

【解析】设道路宽为 $x\text{m}$ ，

由题意 $(32 - 2x)(20 - x) = 570$ ，

解得 $x_1 = 1$ ， $x_2 = 35$ ，

$\because x < 32$ ，

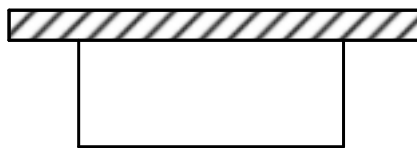
$\therefore x = 1$ ，

$\therefore$ 道路宽为1m。

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

23.

利用一面墙（墙的长度不限），另三边用58m长的篱笆围成一个面积为 200m^2 的矩形场地，求矩形的长和宽．



【答案】 当矩形长为25米是宽为8米，当矩形长为50米是宽为4米．

【解析】 设垂直于墙的一边为 x 米，得：

$$x(58 - 2x) = 200,$$

$$\text{解得：} x_1 = 25, x_2 = 4,$$

$\therefore$ 另一边为8米或50米．

答：当矩形长为25米是宽为8米，当矩形长为50米是宽为4米．

【标注】 【知识点】一元二次方程的几何问题

24. 如图，要设计一本书的封面，封面长为27cm，宽为21cm，正中央是一个与整个封面长宽比例相同的矩形．如果要使四周的彩色边衬所占面积是封面面积的四分之一，上、下边衬等宽，左、右边衬等宽，应如何设计四周边衬的宽度？（结果保留根号）



【答案】 左右边宽为： $\left(\frac{27}{2} - \frac{27\sqrt{3}}{4}\right)\text{cm}$ ，上下边宽为： $\left(\frac{21}{2} - \frac{21\sqrt{3}}{4}\right)\text{cm}$ ．

【解析】 $\because$ 封面的长为27cm，宽为21cm，

$\therefore$ 封面长：封面宽 = $27 : 21 = 9 : 7$ ．

设中央矩形的长与宽为 $9x\text{cm}$ ， $7x\text{cm}$ ，

由题意可知： $9x \times 7x = \frac{3}{4} \times 27 \times 21$ ．

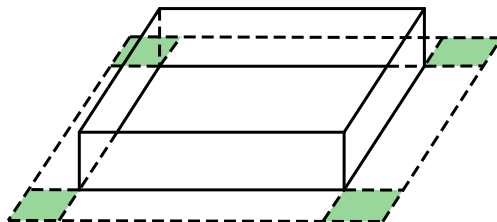
解得 $x_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ， $x_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$ （舍去）．

$\therefore$ 中央矩形的长为： $9x = \frac{27\sqrt{3}}{2}$ ，宽为 $7x = \frac{21\sqrt{3}}{2}$ ．

$$\therefore \text{左右边宽为: } \left(\frac{27}{2} - \frac{27\sqrt{3}}{4} \right) \text{cm}, \text{ 上下边宽为: } \left(\frac{21}{2} - \frac{21\sqrt{3}}{4} \right) \text{cm}.$$

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

25. 有一块长20cm，宽10cm的长方形铁皮，如果在铁皮的四个角上截去四个相同的小正方形，然后把四边折起来，做成一个底面面积为96cm²的无盖的盒子，求这个盒子的容积．



【答案】这个盒子的容积是192cm³．

【解析】设盒子的高为 x cm，根据题意列方程，得

$$(20 - 2x)(10 - 2x) = 96.$$

$$\text{整理, 得 } x^2 - 15x + 26 = 0.$$

$$\text{解得 } x_1 = 13, x_2 = 2.$$

$x_1 = 13$ 不合题意，舍去．

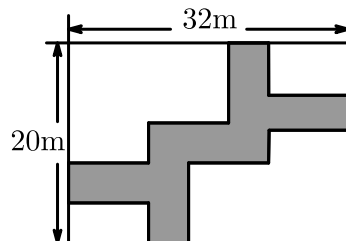
于是，当盒子的高为2cm时，盒子的容积是 $96 \times 2 = 192(\text{cm}^3)$ ．

答：这个盒子的容积是192cm³．

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

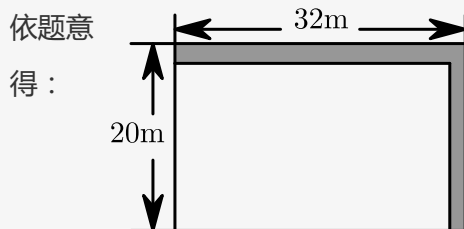
练习

26. 如图，在宽为20m，长为32m的矩形地面上修筑同样宽的道路（图中阴影部分），余下的部分种上草坪，要使草坪的面积为540m²，求道路的宽．



【答案】2米．

【解析】设道路宽 x 米，



$$(32 - x)(20 - x) = 540 .$$

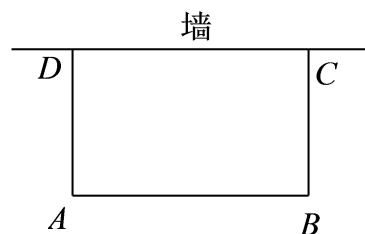
$$\text{整理得 } x^2 - 52x + 100 = 0 .$$

$$\text{解得 } x_1 = 2, x_2 = 50 \text{ (舍去)} .$$

答：道路的宽为2米．

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

27. 如图，利用一面墙（墙的长度不超过45m），用80m长的篱笆围一个矩形场地．



- (1) 怎样围才能使矩形场地的面积为 750m^2 ？
 (2) 能否使所围矩形场地的面积为 910m^2 ？为什么？

【答案】(1) 长 AB 为25米，则宽 AD 为 $\frac{55}{2}$ 米．

(2) 不能．

【解析】(1) 设所围矩形 $ABCD$ 的长 AB 为 x 米，则宽 AD 为 $\frac{1}{2}(80 - x)$ 米，

$$\text{再列方程求解， } x \cdot \frac{1}{2}(80 - x) = 750, x_1 = 30, x_2 = 50 .$$

$\because$ 墙的长度不超过45m，

$$\therefore x = 30 \text{ 符合题意， } \frac{1}{2}(80 - x) = \frac{1}{2} \times (80 - 30) = 25 .$$

答：长 AB 为25米，则宽 AD 为 $\frac{55}{2}$ 米．

(2) 由 $x \cdot \frac{1}{2}(80 - x) = 7810$ 得 $x^2 - 80x + 1620 = 0$ ．

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-80)^2 - 4 \times 1 \times 1620 = -80 < 0 ,$$

$$\therefore x^2 - 80x + 1620 = 0 \text{ 无实数根，}$$

$\therefore$ 不能．

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

28. 如图，是2015年天津武清绿博园区内的一个矩形花园，花园长为100米，宽为50米，在它的四角各建有一个同样大小的正方形观光休息亭，四周建有与观光休息亭等宽的观光大道，其余部分（图中阴影部分）种植的是不同花草．已知种植花草部分的面积为3600平方米，那么矩形花园各角处的正方形观光休息亭的边长为多少米？



【答案】 矩形花园各角处的正方形观光休息亭的边长为5米．

【解析】 设正方形观光休息亭的边长为 x 米．

依题意，有 $(100 - 2x)(50 - 2x) = 3600$ ，

整理，得 $x^2 - 75x + 350 = 0$ ，

解得 $x_1 = 5$ ， $x_2 = 70$ ．

$\because x = 70 > 50$ ，不合题意，舍去，

$\therefore x = 5$ ．

$\therefore$ 矩形花园各角处的正方形观光休息亭的边长为5米．

【标注】 【知识点】一元二次方程的几何问题

29. 用6m长的铝合金型材做一个形状如图所示的矩形窗框，应做成长、宽各为多少时，才能使做成的窗框的透光面积为 1.44m^2 ？（设窗框宽为 $x\text{m}$ ）



【答案】 宽为0.8m、长为1.8m或长宽均为1.2m．

【解析】 设窗户的宽为 x 米，根据题意得： $x \cdot \frac{6 - 3x}{2} = 1.44$ ，

解得： $x = 0.8$ 或 $x = 1.2$ ．

答：宽为0.8m、长为1.8m或长宽均为1.2m．

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题